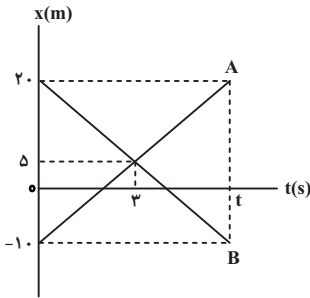


۱- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B در شکل زیر داده شده است. چند جمله از جملات زیر در مورد این دو متحرک در بازه زمانی صفر تا t قطعاً درست است؟ [قلمچی ۱۸ مهر ۱۳۹۴]



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

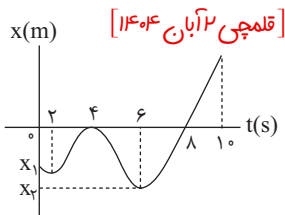
(الف) تندی متوسط دو متحرک با هم برابر است.

(ب) سرعت متوسط دو متحرک با هم برابر است.

(پ) جابه‌جایی دو متحرک در بازه زمانی صفر تا ۳ ثانیه، با هم برابر است.

(ت) اندازه جابه‌جایی هر دو متحرک در بازه زمانی صفر تا t برابر است.

(ث) اندازه سرعت متوسط متحرک B در بازه زمانی صفر تا ۲s نصف اندازه سرعت متوسط آن در بازه زمانی ۲s تا ۶s است.



[قلمچی ۲۰ آبان ۱۳۹۴]

۲- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. چه تعداد از جملات زیر در مورد ۱۰ ثانیه اول حرکت این متحرک صحیح است؟

(الف) متحرک مجموعاً به مدت ۶ ثانیه در جهت مثبت محور حرکت کرده است.

(ب) بردار مکان متحرک و هم چنین بردار سرعت متحرک، هر دو ۲ بار تغییر جهت داده‌اند.

(پ) تندی متوسط و اندازه بردار سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی ۲ تا ۶ ثانیه برابر است.

(ت) متحرک پس از لحظه $t=0$ s، ۲ بار از مبدأ حرکت خود عبور کرده است.

(ث) تندی متوسط متحرک در ۲ ثانیه دوم حرکت، کمتر از تندی متوسط آن در بازه زمانی بین $t=2$ s تا $t=6$ s است.

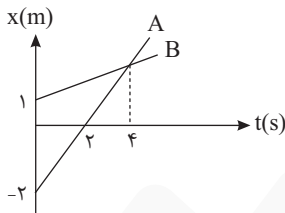
۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۳- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که متحرک A برای دومین بار در فاصله یک متر از مبدأ مکان قرار می‌گیرد، متحرک B در چند متری مکان اولیه خود است؟ [قلمچی ۲۰ آبان ۱۳۹۴]



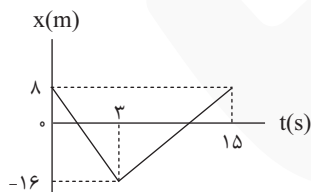
۷/۴ (۱)

۵/۴ (۲)

۳/۴ (۳)

۱/۴ (۴)

۴- نمودار مکان- زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه‌ای که از مبدأ مکان می‌گذرد در SI کدام است؟ [قلمچی ۲۰ آبان ۱۳۹۴]



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۵- متحرکی بر روی خط راست در حال حرکت است. اگر بردار شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، با بردار سرعت متحرک در لحظه t_1 هم جهت باشد، در این صورت چند مورد از گزاره‌های زیر الزاماً صحیح است؟ [قلمچی ۲۰ آبان ۱۳۹۴]

(الف) در بازه زمانی t_1 تا t_2 جهت حرکت متحرک تغییر نکرده است.

(ب) بردار سرعت متحرک در لحظات t_1 و t_2 با یکدیگر هم جهت است.

(پ) تندی متحرک در لحظه t_2 کوچکتر از تندی متحرک در لحظه t_1 است.

(ت) بردار شتاب متوسط در لحظه t_1 تا t_2 خلاف جهت بردار سرعت متحرک در لحظه t_2 است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶- متحرکی روی محور x در حال حرکت است و در لحظات t_1 ، t_2 و t_3 به ترتیب از مکان‌های x_1 ، x_2 و x_3 و با سرعت‌های v_1 ، v_2 و v_3 عبور می‌کند، در کدام گزینه جهت حرکت متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 در همه حالات حداقل ۳ بار تغییر کرده است؟ ($t_3 > t_2 > t_1$)

[قلمچی ۱۴۰۴ آبان]

$v_1 = -2 \frac{m}{s}$	$x_1 = 2m$	(۱)
$v_2 = 2 \frac{m}{s}$	$x_2 = 4m$	
$v_3 = -4 \frac{m}{s}$	$x_3 = 6m$	

$v_1 = -2 \frac{m}{s}$	$x_1 = -3m$	(۳)
$v_2 = 2 \frac{m}{s}$	$x_2 = -4m$	
$v_3 = -2 \frac{m}{s}$	$x_3 = 4m$	

$v_1 = -2 \frac{m}{s}$	$x_1 = -5m$	(۴)
$v_2 = 2 \frac{m}{s}$	$x_2 = -4m$	
$v_3 = 2 \frac{m}{s}$	$x_3 = 5m$	

۷- متحرکی روی محور x در حال حرکت است. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 سرعت متوسط و شتاب متوسط متحرک در SI، به ترتیب $\vec{a}$ و $\vec{a}'$ باشد و هم چنین بردارهای مکان و سرعت متحرک در لحظه t_1 به ترتیب $\vec{r}_1$ و $\vec{v}_1$ در SI باشند، در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر الزاماً صحیح است؟ ($\vec{r}_2$ نشان دهنده بردار مکان متحرک در لحظه t_2 است) [قلمچی ۱۴۰۴ آبان]

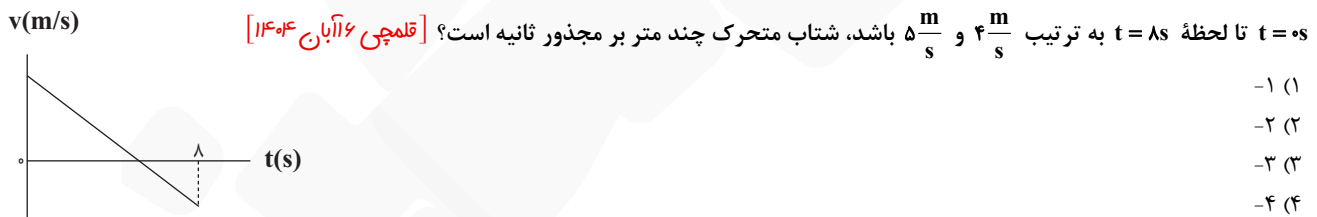
(الف) $|\vec{r}_2| > 6m$

(ب) جهت حرکت متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 حداقل یکبار تغییر کرده است.

(پ) در لحظه t_2 متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

(۱) الف (۲) الف و ب (۳) الف، ب و پ (۴) ب

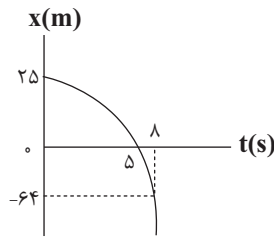
۸- نمودار سرعت-زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک از لحظه



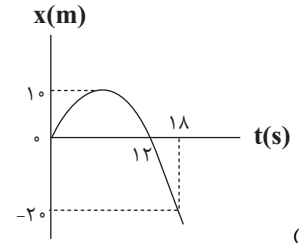
۹- متحرک A با شتاب ثابت $\frac{5m}{s^2}$ در مبدأ زمان از حال سکون از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند. متحرک B، ۴ ثانیه بعد با شتاب $\frac{3m}{s^2}$ و سرعت V در جهت مثبت از مبدأ مکان عبور می‌کند، اگر فاصله دو متحرک از یکدیگر سه بار برابر با ۲۴ متر شود، در چه لحظه‌ای برای دومین بار دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند؟ [قلمچی ۱۴۰۴ آبان]

- (۱) ۱۲
(۲) $12 + 2\sqrt{6}$
(۳) ۸
(۴) $12 - 2\sqrt{6}$

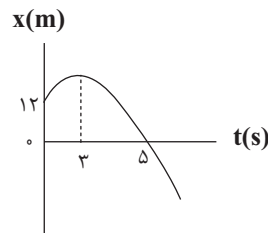
۱۰- متحرکی بر روی محور x ها در حال حرکت است. در کدام گزینه نوع حرکت متحرک می تواند شتاب ثابت باشد؟ [قلمچی ۱۴۰۴ آبان]



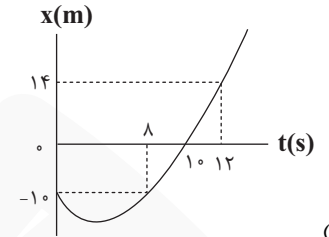
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۱- در جدول زیر، سرعت متوسط متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، در چند بازه زمانی داده شده است. اندازه سرعت متوسط این اتومبیل در ۲ ثانیه سوم حرکت، متر بر ثانیه از اندازه سرعت متوسط آن در ۲ ثانیه چهارم حرکت است. [ماز ۱۷ مهر ۱۴۰۴]

بازه زمانی	$t=0$ تا $t=4$ s	$t=0$ تا $t=6$ s	$t=4$ s تا $t=8$ s
سرعت متوسط	$8 \frac{m}{s}$	$6 \frac{m}{s}$	$-2 \frac{m}{s}$

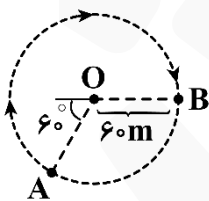
(۴) ۲، بیش تر

(۳) ۲، کم تر

(۲) ۴، بیش تر

(۱) ۴، کم تر

۱۲- متحرکی در یک صفحه افقی، مسیری دایره ای را مطابق شکل زیر از نقطه A تا نقطه B در مدت یک دقیقه می پیماید. به ترتیب از راست به چپ بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط این متحرک چند واحد SI است؟ ($\pi=3$) [ماز ۱۷ مهر ۱۴۰۴]



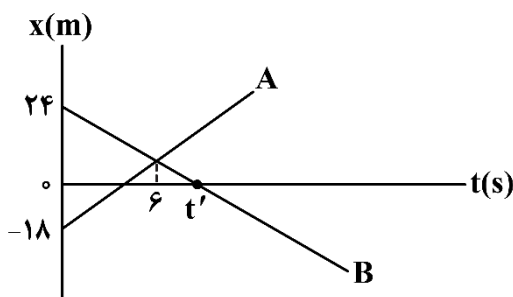
(۱) ۱ و ۲

(۲) $\sqrt{3}$ و ۴

(۳) ۱ و ۴

(۴) $\sqrt{3}$ و ۲

۱۳- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک A $1 \frac{m}{s}$ بیش تر از تندی متحرک B باشد، t' چند ثانیه است؟ [ماز آبان ۱۴۰۴]



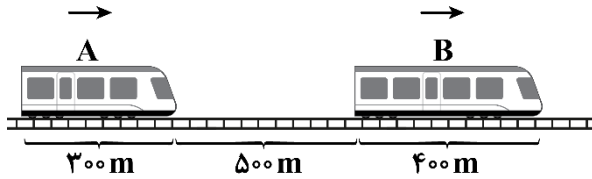
(۱) ۷

(۲) ۸

(۳) ۹

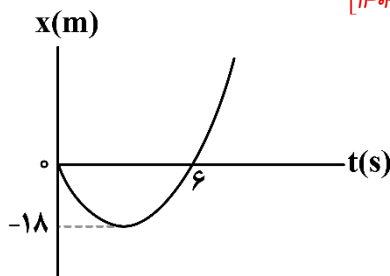
(۴) ۱۰

- ۱۴- مطابق شکل زیر، دو قطار A و B بر روی دو ریل موازی در مسیری مستقیم در لحظه $t=0$ با سرعت‌های $v_A = 30 \frac{m}{s}$ و $v_B = 20 \frac{m}{s}$ در یک جهت شروع به حرکت می‌کنند. اگر قطار A در لحظه t_1 به انتهای قطار B برسد و در لحظه t_2 به طور کامل از قطار B عبور کند، $t_2 - t_1$ چند ثانیه است؟ [ماز آبان ۱۴۰۴]



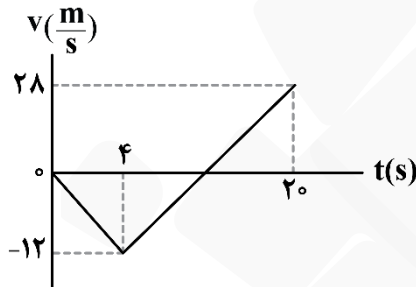
- (۱) ۴۰
(۲) ۵۰
(۳) ۶۰
(۴) ۷۰

- ۱۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم در حال حرکت است، مطابق سهمی شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط این متحرک در ۲ ثانیه سوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟ [ماز آبان ۱۴۰۴]



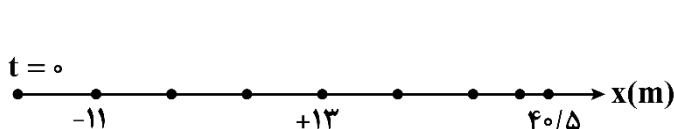
- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

- ۱۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در لحظه $t=3s$ از مبدأ مکان عبور کند، در لحظه تغییر جهت حرکت در فاصله چندمتری مبدأ قرار دارد؟ [ماز آبان ۱۴۰۴]



- (۱) ۲۸/۸
(۲) ۲۹/۳
(۳) ۳۸/۸
(۴) ۳۹/۳

- ۱۷- مطابق شکل، قسمتی از مسیر حرکت یک متحرک که بر روی محور x حرکت می‌کند، رسم شده است. این متحرک ۵ ثانیه اول حرکت خود را با سرعت ثابت انجام داده و بلافاصله پس از آن با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر نقاط نشان داده شده بر روی مسیر، بازه‌های زمانی متوالی یک ثانیه‌ای باشند، آن گاه در کدام لحظه، متحرک دوباره به مبدأ حرکت خود می‌رسد؟ [ماز آبان ۱۴۰۴]



- (۱) $t = 20s$
(۲) $t = 25s$
(۳) $t = 30s$
(۴) $t = 325s$

۱۸- دو متحرک A و B روی محور x در فاصله معینی از هم قرار دارند. اگر دو متحرک به ترتیب با تندی‌های ثابت v_A و v_B در یک جهت حرکت کنند، پس از ۱۲ s و اگر با همان تندی‌ها به سمت یکدیگر حرکت کنند، پس از ۸ s به هم می‌رسند. v_A چند برابر v_B است؟ ($v_A > v_B$) [خیلی سبز ۲۵ مهر ۱۴۰۴]

- (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۵

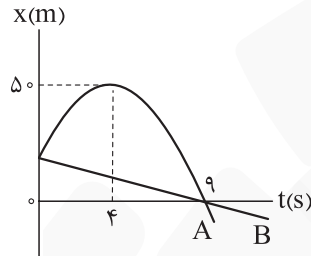
۱۹- جهت حرکت متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در لحظه $t = ۴s$ تغییر می‌کند. اندازه جابه‌جایی متحرک در ۵ ثانیه اول، چند برابر مسافت طی شده توسط آن در ۳ ثانیه دوم است؟ [خیلی سبز ۲۵ مهر ۱۴۰۴]

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) $\frac{۱۷}{۳}$ (۴) $\frac{۱۷}{۵}$

۲۰- متحرکی روی محور x در مبدأ زمان در خلاف جهت محور x از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و به مدت ۲۰ s با شتاب ثابت a_1 به حرکت خود ادامه می‌دهد. در ۱۰ ثانیه بعدی با شتاب ثابت a_2 تندی خود را کاهش می‌دهد تا متوقف شود. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در این ۳۰ s برابر ۳۶۰ m باشد، شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = ۵s$ تا $t_2 = ۲۵s$ در SI کدام است؟ [خیلی سبز ۱۶ آبان ۱۴۰۴]

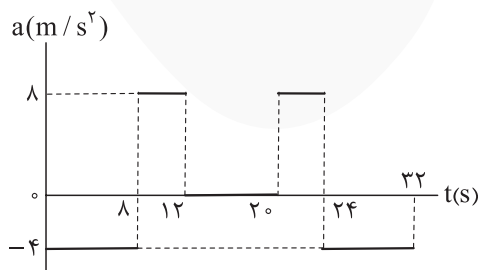
- (۱) $۰/۳ \vec{i}$ (۲) $۰/۶ \vec{i}$ (۳) $-۰/۳ \vec{i}$ (۴) $-۰/۶ \vec{i}$

۲۱- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اگر شتاب متحرک A ثابت باشد، در لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر است، فاصله متحرک A از مبدأ مکان چند برابر فاصله متحرک B از مبدأ مکان است؟ [خیلی سبز ۱۶ آبان ۱۴۰۴]



- (۱) ۵
(۲) ۵/۵
(۳) ۱۰
(۴) ۱۱

۲۲- نمودار شتاب-زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر سرعت متحرک در مبدأ زمان برابر $\vec{v}_0 = (۱۶ \text{ m/s}) \vec{i}$ باشد، در بازه زمانی $t_1 = ۰$ تا $t_2 = ۳۲s$ کدام یک از موارد زیر درباره این متحرک درست است؟ [خیلی سبز ۱۷ آذر ۱۴۰۴]



- (۱) متحرک ۸ s در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.
(۲) متحرک ۳ مرتبه تغییر جهت داده است.
(۳) حرکت متحرک ۱۲ s به صورت تندشونده است.
(۴) اندازه جابه‌جایی متحرک ۵۱۲ m است.

- ۲۳- متحرکی در راستای محور x در حال حرکت بوده و در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 7s$ به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 2m$ و $x_2 = -18m$ قرار دارد. اگر در این مدت، متحرک فقط یک بار تغییر جهت داده و تندی متوسط آن، 50% بیش‌تر از اندازه سرعت متوسط آن باشد، در لحظه تغییر جهت حرکت، بردار مکان متحرک کدام است؟ [ماز ۱۹ مهر ۱۴۰۳]

- (۱) $(7m)i$ یا $(-23m)i$
(۲) $(7m)i$ یا $(23m)i$
(۳) $(-7m)i$ یا $(-23m)i$
(۴) $(-7m)i$ یا $(23m)i$

- ۲۴- مطابق جدول زیر، سه متحرک A، B و C در مدت‌زمان‌های $\Delta t_A = 2s$ ، $\Delta t_B = 3s$ و $\Delta t_C = 5s$ فاصله بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند. چه تعداد از این متحرک‌ها بین مکان آغازین و مکان پایانی خود، حداقل یک بار تغییر جهت داشته‌اند؟ [ماز ۳ آبان ۱۴۰۳]

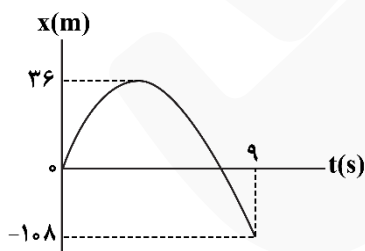
تندی متوسط	مکان پایانی	مکان آغازین	
$4/5 \frac{m}{s}$	$(6/4m)i$	$(-2/6m)i$	متحرک A
$1/9 \frac{m}{s}$	$(-2/5m)i$	$(-1/3m)i$	متحرک B
$2/1 \frac{m}{s}$	$(8/6m)i$	$(2/6m)i$	متحرک C

- (۱) هیچ
(۲) یک
(۳) دو
(۴) سه

- ۲۵- متحرکی بر روی مسیر مستقیمی در حال حرکت است. اگر متحرک نیمی از مسیر را با تندی v و نیمی را با تندی $2v$ بپیماید، متحرک در t_1 ثانیه به مقصد می‌رسد. اگر متحرک نیمی از مدت حرکت را با تندی v و نیمی را با تندی $2v$ بپیماید، متحرک در t_2 ثانیه به مقصد می‌رسد. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟ [ماز ۳ آبان ۱۴۰۳]

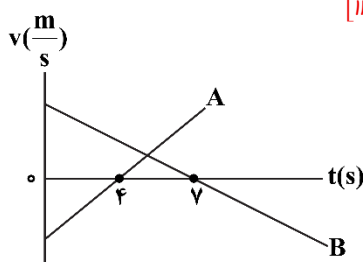
- (۱) $\frac{8}{9}$
(۲) $\frac{9}{8}$
(۳) ۱
(۴) ۲

- ۲۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x ‌ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ برابر چند $\frac{m}{s}$ است؟ [ماز ۱۷ آبان ۱۴۰۳]



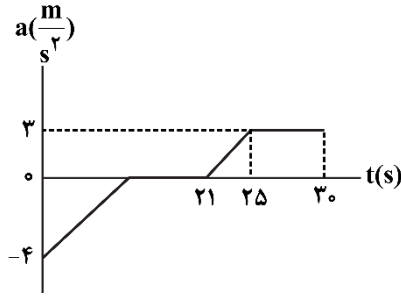
- (۱) ۳
(۲) $\frac{20}{3}$
(۳) $\frac{10}{3}$
(۴) $\frac{2}{5}$

- ۲۷- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متحرک A، ۲ برابر بزرگی شتاب متحرک B باشد و هر دو متحرک از یک مکان شروع به حرکت کرده باشند، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، دو متحرک دوباره از کنار هم عبور می‌کنند؟ [ماز ۱۷ آبان ۱۴۰۳]



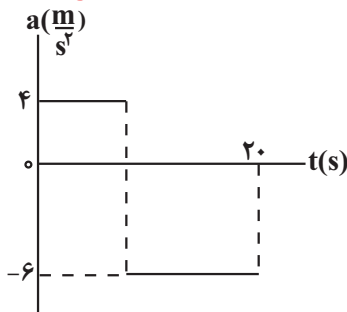
- (۱) ۵
(۲) ۷
(۳) ۱۰
(۴) ۲۰

۲۸- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه $30 \frac{m}{s}$ در جهت محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متوسط متحرک در مدت ۳۰ ثانیه صفر باشد، در مدتی که متحرک با سرعت ثابت حرکت می کند، چند متر جابه جا شده است؟ [ماز ۱۷ آبان ۱۴۰۳]



- (۱) ۹۳
(۲) ۹۳/۵
(۳) ۹۴
(۴) ۹۴/۵

۲۹- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x از حال سکون شروع به حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متوسط این متحرک در ۲۰ ثانیه اول حرکت آن $-\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$ باشد، مسافت طی شده در مدتی که در جهت مثبت محور x حرکت می کند، چند متر است؟ [قلمچی ۱۸ آبان ۱۴۰۳]



- (۱) ۳۲۴
(۲) ۱۶۲
(۳) ۱۳۵
(۴) ۲۷۰

۳۰- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است، اگر $\vec{d}$ و $\vec{v}$ به ترتیب بردار مکان و بردار سرعت متحرک در لحظه t باشد، در کدام یک از گزینه های زیر شتاب حرکت متحرک نمی تواند ثابت باشد؟ ($t_2 > t_1$) [قلمچی ۱۸ آبان ۱۴۰۳]

t	$\vec{d}(m)$	$\vec{v}(\frac{m}{s})$
t_1	$-10\vec{i}$	$-12\vec{i}$
t_2	$-20\vec{i}$	$15\vec{i}$

(۲)

t	$\vec{d}(m)$	$\vec{v}(\frac{m}{s})$
t_1	$-10\vec{i}$	$-15\vec{i}$
t_2	$-15\vec{i}$	$-20\vec{i}$

(۴)

t	$\vec{d}(m)$	$\vec{v}(\frac{m}{s})$
t_1	$4\vec{i}$	$6\vec{i}$
t_2	$10\vec{i}$	$2\vec{i}$

(۱)

t	$\vec{d}(m)$	$\vec{v}(\frac{m}{s})$
t_1	$-4\vec{i}$	$8\vec{i}$
t_2	۰	$-5\vec{i}$

(۳)

۱- گزینه «۳»

(علی برزگر)

بررسی موارد:

الف) درست؛ چون اندازه شیب دو خط ثابت و برابر است.

$$\text{شیب خط A} = \frac{5 - (-10)}{3 - 0} = \frac{15}{3} = 5 \frac{m}{s}$$

$$\text{شیب خط B} = \frac{5 - 20}{3 - 0} = \frac{-15}{3} = -5 \frac{m}{s}$$

ب) نادرست؛ با توجه به علامت شیبها $v_A = -v_B$ است.

پ) نادرست؛ با توجه به جهت حرکت دو متحرک داریم: $\Delta x_A = -\Delta x_B$

ت) درست؛ چون به جای جابه‌جایی اندازه آن داده شده است، لذا داریم:

$$\begin{cases} |\Delta x_A| = |20 - (-10)| = 30 \text{ m} \\ |\Delta x_B| = |-10 - 20| = 30 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow |\Delta x_A| = |\Delta x_B|$$

ث) نادرست؛ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان نشان‌دهنده سرعت متحرک است. چون شیب خط راست ثابت است، پس سرعت لحظه‌ای و متوسط با هم برابر و مقدار ثابتی است. پس برای متحرک B داریم:

$$v_{av-t} = v_{av-r}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۸)

۲- گزینه «۱»

(میلاد طاهر عزیزی)

در نمودار مکان - زمان، هرگاه نمودار بالای محور زمان باشد، بردار مکان مثبت (لحظه $t = 10s$ تا $t = 15s$) و اگر زیر نمودار زمان باشد، بردار مکان منفی است.

(لحظه $t = 0s$ تا $t = 15s$)

هم چنین اگر شیب نمودار مکان - زمان در حال کاهش باشد، تندی متحرک نیز کاهش می‌یابد. اگر نمودار محور زمان را قطع کند، یعنی متحرک در مبدا مکان قرار گرفته است (لحظات $t = 4s$ و $t = 15s$) اگر نمودار ضمن قطع محور زمان از آن گذر کند، بیانگر این است که جهت بردار مکان متحرک تغییر کرده است. (فقط لحظه $t = 15s$)

در نمودار مکان - زمان، اگر شیب نمودار مثبت باشد متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت است، و اگر شیب نمودار منفی باشد متحرک در جهت منفی در حال حرکت است. در نمودار هر جا شیب صفر شود، یعنی متحرک متوقف شده است. (لحظات $t = 2s$ و $t = 4s$ ، $t = 6s$)

به دلیل تغییر جهت متحرک در بازه دو تا شش ثانیه، مقدار تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط در این بازه یکسان نیست، هم‌چنین با توجه به اینکه مسافت پیموده شده بین لحظات $t = 2s$ و $t = 4s$ ، کمتر از مسافت پیموده شده بین لحظات $t = 4s$ و $t = 6s$ است، می‌توان نتیجه گرفت که تندی متوسط متحرک در بازه $t = 2s$ و $t = 6s$ ، بزرگتر از این تندی بین لحظات $t = 2s$ و $t = 4s$ است.

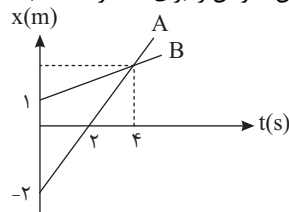
بنابراین طبق توضیحات: موارد «الف» و «ث» صحیح و بقیه نادرست هستند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

۲- گزینه «۳»

(ادرس مموری)

با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل، معادله مکان - زمان را برای متحرک A به دست می آوریم. پس:



$$\left. \begin{aligned} x_A &= v_A t + x_{0A} \\ x_{0A} &= -2m \\ v_A &= v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A = t - 2$$

در ادامه با توجه به معادله مکان - زمان متحرک A و شکل بالا، متحرک B در لحظه ۴s در مکان $x = +2m$ قرار دارد. معادله مکان - زمان متحرک B را نیز می نویسیم.

پس:

$$\left. \begin{aligned} x_B &= v_B t + x_{0B} \\ x_{0B} &= +1m \\ x_B &= v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{4} \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_B = \frac{1}{4} t + 1$$

اکنون زمانی که متحرک A برای دومین بار در فاصله یک متری از مبدأ مکان قرار می گیرد را به دست می آوریم:

$$x_A = t - 2 \xrightarrow{x_A = +1m} t = 3s$$

حال مکان متحرک B را در لحظه $t = 3s$ محاسبه می کنیم. پس:

$$x_B = \frac{1}{4} t + 1 \xrightarrow{t=3s} x_B = \frac{7}{4} m$$

در آخر دقت داشته باشید که طراح فاصله متحرک B از مکان اولیه خودش را

$$x_B - x_{0B} = \frac{7}{4} - 1 = \frac{3}{4} m$$

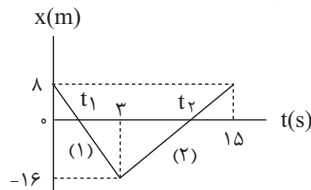
خواسته است. پس:

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۴ - گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 که $x=0$ می‌شود از مبدأ مکان می‌گذرد. سرعت متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت را به دست می‌آوریم:



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_1 = \frac{-16 - 8}{3 - 0} = -8 \frac{m}{s}$$

این سرعت ثابت است، بنابراین برای بازه زمانی ۰ تا t_1 می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -8 = \frac{0 - 8}{t_1 - 0} \Rightarrow t_1 = 1s$$

سرعت متحرک در بازه زمانی $t = 3s$ تا $t = 15s$ را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{8 - (-16)}{15 - 3} = \frac{24}{12} = 2 \frac{m}{s}$$

این سرعت ثابت است، بنابراین برای بازه زمانی t_2 تا $t = 15s$ می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{8 - 0}{15 - t_2} \Rightarrow 15 - t_2 = 4 \Rightarrow t_2 = 11s$$

اکنون می‌توانیم شتاب متوسط بین t_1 تا t_2 را حساب کنیم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{2 - (-8)}{11 - 1} = 1 \frac{m}{s^2}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵ و ۱۴)

۵ - گزینه «۱»

(امیرحسین پراذران)

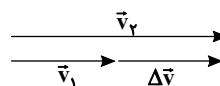
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{v} \text{ و } \vec{a}_{av} \text{ باید یکدیگر هم جهت‌اند}$$

$$\vec{a}_{av} \text{ با } \vec{v}_1 \text{ هم جهت‌اند.} \rightarrow \Delta \vec{v} \text{ با } \vec{v}_1 \text{ هم جهت‌اند}$$

$$\vec{v}_2, \vec{v}_1 \text{ هم جهت‌اند.} \rightarrow \text{دو بردار } \vec{v}_1, \Delta \vec{v} \text{ هم جهت‌اند} \rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \Delta \vec{v}$$

در حالتی که دو بردار $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ هم جهت‌اند مطابق شکل زیر داریم:

$$|\vec{v}_2| > |\vec{v}_1|$$



بررسی گزاره‌ها:

(الف) ما تنها می‌دانیم که در لحظات t_1 و t_2 بردارهای سرعت هم جهت‌اند، اما اطلاعی از حرکت متحرک در این بازه زمانی نداریم و ممکن است جهت حرکت متحرک تغییر کرده باشد.

(ب) با توجه به توضیحات داده شده این گزاره صحیح است.

(پ) مطابق شکل بالا $|\vec{v}_2| < |\vec{v}_1|$ است.

(ت) بردارهای $\vec{a}_{av}$ ، $\Delta \vec{v}$ ، $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ هم جهت‌اند.

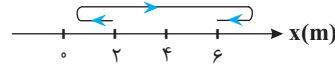
(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۶- گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

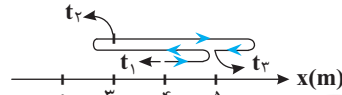
ساده ترین مسیر را با توجه به مکان و سرعت متحرک در هر لحظه برای هر کدام از گزینه ها رسم می کنیم.

گزینه «۱»



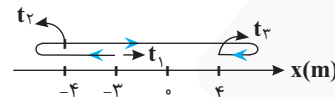
حداقل ۲ بار تغییر جهت

گزینه «۲»



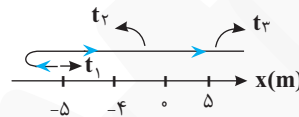
حداقل ۳ بار تغییر جهت

گزینه «۳»



حداقل ۲ بار تغییر جهت

گزینه «۴»



حداقل یکبار تغییر جهت

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه ۸)

۷- گزینه «۱»

(امیرمسین برادران)

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \quad \vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

همواره سرعت متوسط با بردار جابه جایی و شتاب متوسط با بردار تغییر سرعت هم جهت است.

چون سرعت متوسط در جهت مثبت است، بنابراین متحرک در بازه t_1 تا t_2 در جهت مثبت جابه جا شده است و بنابراین در لحظه t_2 متحرک در فاصله ای دورتر از ۶m از مبدأ مکان قرار دارد.

با توجه به اینکه بردار تفاضل سرعت در جهت منفی محور است. بنابراین $\vec{v}_2$ می تواند هم در جهت مثبت و هم در جهت منفی باشد. اگر $\vec{v}_2$ در جهت مثبت باشد بایستی الزاماً $|\vec{v}_1| < |\vec{v}_2|$ باشد، با توجه به مقدار $(t_2 - t_1)$ (که در صورت سوال مشخص نشده است) در مورد اینکه $\vec{v}_2$ در جهت مثبت یا منفی است، اظهار نظر قطعی نمی توان کرد.

بنابراین تنها گزاره الف الزاماً صحیح است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه های ۹ و ۱۰)

۸- گزینه ۲»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا جابه‌جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک را در مدت این ۸ ثانیه محاسبه می‌کنیم:

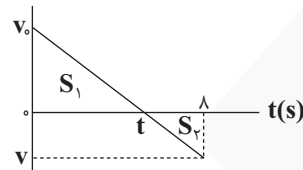
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av} = \frac{4 \text{ m}}{s}} \frac{\Delta x}{\Delta t = 8 \text{ s}} \rightarrow 4 = \frac{\Delta x}{8} \Rightarrow \Delta x = 32 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{s_{av} = \frac{4 \text{ m}}{s}} \frac{l}{\Delta t = 8 \text{ s}} \rightarrow 4 = \frac{l}{8} \Rightarrow l = 32 \text{ m}$$

همانطور که می‌دانیم سطح زیر نمودار سرعت - زمان معرف جابه‌جایی و قدرمطلق

سطح زیر نمودار سرعت - زمان معرف مسافت پیموده شده است. پس داریم:

$v(\text{m/s})$



$$\Delta x = S_1 + (-S_2) \xrightarrow{\Delta x = 32 \text{ m}} \begin{cases} S_1 - S_2 = 32 \text{ m} \\ l = S_1 + S_2 = 32 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow S_1 = 32 \text{ m}, S_2 = 0 \text{ m}$$

با توجه به تشابه دو مثلث می‌توان گفت، نسبت مساحت‌ها با مربع نسبت قاعده‌ها برابر

است:

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{t}{\lambda - t}\right)^2 \xrightarrow{\frac{S_1 = 32 \text{ m}}{S_2 = 0 \text{ m}}} \frac{32}{0} = \left(\frac{t}{\lambda - t}\right)^2 \Rightarrow 9 = \left(\frac{t}{\lambda - t}\right)^2$$

$$3 = \frac{t}{\lambda - t} \Rightarrow 24 - 3t = t \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

حال می‌توان v_0 را محاسبه کرد:

$$S_1 = \frac{v_0 \cdot t}{2} \xrightarrow{t = 6 \text{ s}} 32 = \frac{v_0 \times 6}{2} \Rightarrow v_0 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال با استفاده از داده‌های لحظات $t = 0$ و $t = 6 \text{ s}$ شتاب را بدست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{v_0 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_f = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}} a = \frac{0 - 12}{6 - 0} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۹- گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

روش اول: ابتدا معادله مکان - زمان هر متحرک را نوشته و چهار حالت زیر را می توان بررسی کرد:

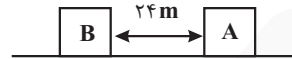
$$x_A = \frac{\delta}{2} t^2$$

$$x_B = \frac{3}{2} (t-4)^2 + v(t-4)$$

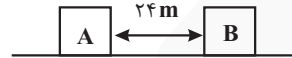
در لحظه $t = 4s$ فاصله دو متحرک ۴۰ متر است:



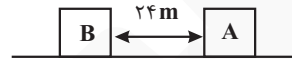
اولین باری که فاصله دو متحرک برابر ۲۴m می شود:



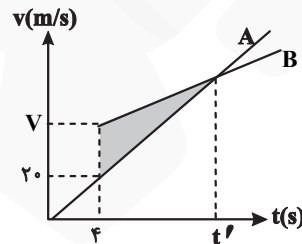
دومین باری که فاصله دو متحرک برابر ۲۴m می شود:



سومین باری که فاصله دو متحرک برابر ۲۴m می شود:



همچنین دقت کنید که حتماً در دومین باری که فاصله دو متحرک برابر ۲۴m می شود، سرعت دو متحرک نیز با هم برابر است چرا که در غیر این صورت متحرک B از متحرک A بیشتر فاصله گرفته و پس از اینکه متحرک A به آن دوباره نزدیک شود، فاصله دو متحرک یکبار دیگر نیز (در کل چهار مرتبه) برابر ۲۴m می شود. بنابراین با رسم نمودار سرعت زمان دو متحرک داریم:



با توجه به اینکه سرعت دو متحرک در لحظه t' باید با هم برابر باشد داریم:

$$\left. \begin{aligned} v_A &= \delta t \\ v_B &= 3(t-4) + v \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2t + 12 = v \quad (*)$$

همچنین مساحت قسمت هاشور خورده هم با توجه به شکل ابتدای پاسخ و اختلاف فاصله دو متحرک در لحظه $t = 4s$ و اولین باری که فاصله آن برابر ۲۴m می شود، برابر ۶۴m است. پس داریم:

$$\frac{(t-4)(v-20)}{2} = 64 \xrightarrow{(*)} \frac{(t-4)(2t+12-20)}{2} = 64 \Rightarrow$$

$$(t-4)^2 = 64 \Rightarrow t = 12s$$

بنابراین در لحظه $t = 12s$ ، دومین باری که فاصله دو متحرک برابر ۲۴m می شود.

با توجه به اینکه سرعت دو متحرک در لحظه t' با هم برابر است، معادله حرکت این دو متحرک را در این زمان به صورت زیر می نویسیم:

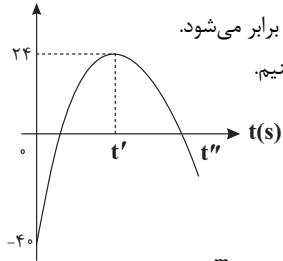
$$\left. \begin{aligned} x_A &= \frac{\delta}{2} t^2 + v't \\ x_B &= \frac{3}{2} t^2 + v't + 24 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow t^2 = 24 \Rightarrow t = 2\sqrt{6}$$

لحظه ای که دو متحرک به هم می رسند: $12 + 2\sqrt{6}s$

روش دوم: معادله حرکت نسبی را برای متحرک B نسبت به متحرک A می نویسیم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + vt + x_0 \quad \begin{aligned} x_0 &= -\frac{1}{2} a_A t^2 = -\frac{1}{2} \times \delta \times 4^2 = -40m \\ a &= a_B - a_A = 3 - \delta = -\frac{m}{s^2} \end{aligned} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} t^2 + v't - 40$$

چون سه بار فاصله دو متحرک از یکدیگر ۲۴m می شود، بنابراین زمانی که $x = 24m$ است، سرعت دو متحرک با هم برابر می شود. اکنون نمودار حرکت نسبی دو متحرک را رسم می کنیم.



$$\frac{1}{2} at'^2 = -64 \xrightarrow{a = -\frac{m}{s^2}} t' = 8s$$

در لحظه t'' دو متحرک برای دومین بار از کنار هم عبور می کنند:

$$\frac{1}{2} (a)(t'' - t')^2 = -24 \xrightarrow{a = -\frac{m}{s^2}} t'' - 8 = \sqrt{24} \Rightarrow t'' = (8 + 2\sqrt{6})s$$

با توجه به اینکه خود نقطه t'' براساس سرعت نسبی پیدا شده است، پس لحظه موردنظر برابر $t'' + 4 = 12 + 2\sqrt{6}s$ است.

(حرکت بر فضا راست) (فیزیک ۳، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰- ۸۰- گزینه «۳»

(امیرمسین برادران)

نمودار مکان - زمان حرکت شتاب ثابت به صورت سهمی است، در هر کدام از گزینه ها بررسی می کنیم آیا نمودار به صورت سهمی است یا خیر؟
گزینه «۱»: ابتدا شتاب حرکت را به دست می آوریم، با توجه به تقارن نمودار در لحظه $t = 6s$ جهت حرکت متحرک عوض می شود، با استفاده از رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_0 = -6a \xrightarrow{\frac{v_0 + v_1}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, v_1 = 0} \frac{-6a}{2} = \frac{10}{6} \Rightarrow a = -\frac{20}{36} = -\frac{5}{9} \frac{m}{s^2}$$

اکنون مشخص می کنیم که متحرک در لحظه $t = 18s$ از مکان $-20m$ عبور می کند یا خیر؟

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{a = -\frac{5}{9} \frac{m}{s^2}, \Delta x = -20m} -20 = \frac{1}{2} \left(-\frac{5}{9}\right) \times 18^2 \Rightarrow -20 \neq -40 \Rightarrow$$

این نمودار متعلق به متحرک با حرکت شتاب ثابت نیست.

گزینه «۲»:

با استفاده از معادله مکان - زمان شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{\frac{t = \delta s}{\Delta x = -20m}} a = -\frac{2}{s^2} \frac{m}{s^2}$$

اکنون مشخص می کنیم آیا متحرک در لحظه $t = 8s$ از مکان $x = -64m$ عبور می کند یا خیر؟

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{a = -\frac{2}{s^2} \frac{m}{s^2}, t = 8s} -89 = \frac{1}{2} \times -2 \times 8^2 \Rightarrow -89 \neq -64 \Rightarrow$$

بنابراین این نمودار نمی تواند مربوط به حرکت متحرک با شتاب ثابت باشد.

گزینه «۳»:

در لحظه $t = 4s$ جهت حرکت متحرک تغییر می کند. با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$\frac{fa + 6a}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{s^2} \frac{m}{s^2}$$

اکنون مشخص می کنیم آیا متحرک در لحظه $t = 12s$ از مکان $14m$ عبور می کند یا خیر؟

$$\frac{fa + 8a}{2} = \frac{14 - (-10)}{2} \xrightarrow{a = \frac{1}{s^2} \frac{m}{s^2}} 6 = 6$$

بنابراین این نمودار می تواند، مربوط به متحرکی باشد که با شتاب ثابت حرکت می کند.

گام اول

با توجه به سرعت‌های متوسط داده‌شده، جابه‌جایی متحرک را در هر بازه به‌دست می‌آوریم. طبق رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$t = 4s \text{ تا } t = 0: \Delta x_1 = v_{av_1} \Delta t_1 = 8 \times 4 = 32m$$

$$t = 6s \text{ تا } t = 0: \Delta x_2 = v_{av_2} \Delta t_2 = 6 \times 6 = 36m$$

$$t = 8s \text{ تا } t = 4s: \Delta x_3 = v_{av_3} \Delta t_3 = -2 \times 4 = -8m$$

گام دوم

جابه‌جایی و سرعت متوسط در ۲ ثانیه سوم ($4s < t < 6s$) برابر است با:

$$\Delta x = \Delta x_2 - \Delta x_1 = 36 - 32 = 4m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{6-4} = 2 \frac{m}{s}$$

گام سوم

جابه‌جایی و سرعت متوسط در ۲ ثانیه چهارم ($6s < t < 8s$) برابر است با:

$$\Delta x' = \overbrace{\Delta x_3}^{\Delta x_{(0-8)}} = \Delta x_1 + \Delta x_3 - \Delta x_2 = 32 + (-8) - 36 = -12m$$

$$v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t} = \frac{-12}{8-6} = -6 \frac{m}{s}$$

گام آخر

بنابراین خواسته سؤال برابر است با:

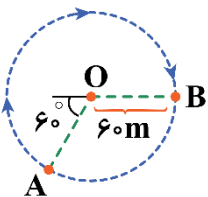
$$|v_{av}| - |v'_{av}| = 2 - 6 = -4 \frac{m}{s}$$

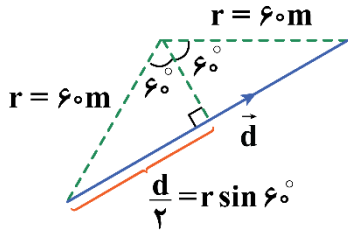
بنابراین اندازه سرعت متوسط در ۲ ثانیه سوم، $4 \frac{m}{s}$ کمتر از اندازه سرعت متوسط در ۲ ثانیه چهارم است.

گام اول

مسافت طی شده و مقدار جابه‌جایی متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\ell = \left(\frac{60^\circ + 180^\circ}{360^\circ} \right) \text{ محیط دایره} = \frac{2}{3} \times 2 \times 3 \times 60 = 240m$$





$$d = r \times \sin \theta = 2 \times 90^\circ \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 90\sqrt{3} \text{ m}$$

گام آخر

بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 1 \text{ min} = \epsilon_0 \cdot s]{d = \epsilon_0 \cdot \sqrt{r} m} v_{av} = \frac{\epsilon_0 \cdot \sqrt{r}}{\epsilon_0} = \sqrt{r} \frac{m}{s}$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 6 \cdot s]{\ell = 24 \cdot m} S_{av} = \frac{24}{6} = 4 \frac{m}{s}$$

(سخت - نموداری/محاسباتی - زمان بَر ۶ - صفحه ۱۴)

۱۳-  پاسخ: گزینه ۲

گام اول

اگر سرعت متحرک A ، برابر با v باشد، معادله مکان - زمان دو متحرک را بر حسب v به دست می آوریم:

$$\begin{cases} v_A = v > 0 \\ v_B < 0 \\ |v_A| = |v_B| + v \end{cases} \Rightarrow v = -v_B + v \Rightarrow v_B = -v + v$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = vt - 1\lambda \\ x_B = (-v + 1)t + 2\varphi \end{cases}$$

گام دوم

v را به دست می آوریم. با توجه به این که مکان دو متحرک در لحظه $t = 6s$ یکسان است، داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow vt - \lambda = (-v + 1)t + \tau \xrightarrow{t=\tau} \tau v - \lambda = (-v + 1)\tau + \tau$$

$$\Rightarrow \rho v - \lambda = -\rho v + \tau_0 \Rightarrow \lambda = \tau_0 \Rightarrow v = \tau_0 \frac{m}{s}$$

گام آخر

معادله مکان - زمان متحرک B را به دست آورده و لحظه‌ای که $x_B = 0$ می‌شود، یعنی t' را به دست می‌آوریم:

$$x_B = (-v + 1)t + \gamma\tau \xrightarrow[v=\gamma]{x_B=0, t=t'} 0 = (-\gamma + 1)t' + \gamma\tau \Rightarrow \gamma t' = \gamma\tau \Rightarrow t' = \Delta s$$

روش اول

گام اول

بازه زمانی t_1 را به دست می آوریم. برای این که قطار A به انتهای قطار B برسد، باید جابه جایی آن، 500m بیش تر از قطار B باشد؛ بنابراین داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = 30 \cdot t_1 \\ \Delta x_B = 20 \cdot t_1 \end{cases}$$

$$\Delta x_A - \Delta x_B = 500 \Rightarrow 30 \cdot t_1 - 20 \cdot t_1 = 10 \cdot t_1 = 500 \Rightarrow t_1 = 50\text{s}$$

گام دوم

بازه زمانی t_2 را به دست می آوریم. برای این که قطار A به طور کامل از قطار B عبور کند، باید جابه جایی آن $300 + 500 + 400 = 1200\text{m}$ بیش تر از قطار B باشد؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = 30 \cdot t_2 \\ \Delta x_B = 20 \cdot t_2 \end{cases}$$

$$\Delta x_A - \Delta x_B = 30 \cdot t_2 - 20 \cdot t_2 = 10 \cdot t_2 = 1200 \Rightarrow t_2 = 120\text{s}$$

گام آخر

مقدار $t_2 - t_1$ را به دست می آوریم:

$$t_2 - t_1 = 120 - 50 = 70\text{s}$$

روش دوم

با توجه به رابطه $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و سرعت نسبی دو متحرک که هم جهت باهم حرکت می کنند یعنی $v_{\text{نسبی}} = v_A - v_B$ داریم:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{d_2 \text{ نسبی}}{v \text{ نسبی}} - \frac{d_1 \text{ نسبی}}{v \text{ نسبی}} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{d_2 \text{ نسبی} - d_1 \text{ نسبی}}{v \text{ نسبی}} = \frac{(500 + 400 + 300) - 500}{30 - 20}$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{700}{10} = 70\text{s}$$

روش اول

کلم اول

معادله مکان - زمان متحرک را به دست می آوریم. با توجه به دو ریشه نمودار یعنی $t = 0$ و $t = 6s$ داریم:

$$t' = \frac{0 + 6}{2} = 3s \text{ : رأس سهمی}$$

$$x = At(t - 6) \xrightarrow[t = -18m]{t' = 3s} -18 = A(3)(3 - 6) \Rightarrow A = 2$$

$$\Rightarrow x = 2t(t - 6)$$

کلم دوم

می دانیم ۲ ثانیه سوم، بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 6s$ است؛ بنابراین مکان متحرک را در این دو لحظه به دست می آوریم:

$$x_1 = 2(4)(4 - 6) = -16m$$

$$x_2 = 2(6)(6 - 6) = 0$$

کلم آخر

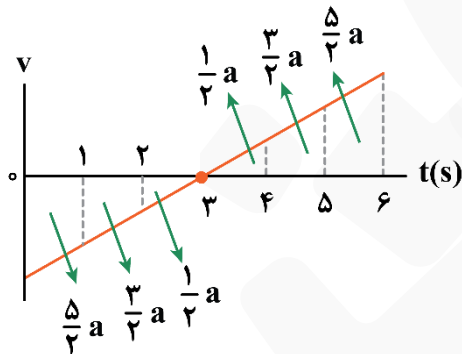
سرعت متوسط متحرک در ۲ ثانیه سوم حرکت را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{0 - (-16)}{6 - 4} = \frac{16}{2} = 8 \frac{m}{s}$$

روش دوم

متحرک با شتاب ثابت در خلاف جهت محور x حرکت کرده و بعد از $3s$ ، $-18m$ جابه جا شده و در لحظه $6s$ هم به مکان اولیه اش برگشته است. اگر از لحظه ای که سرعت متحرک صفر است (لحظه تغییر جهت) به حرکت آن نگاه کنیم، جابه جایی در ثانیه های متوالی به ترتیب

$$\frac{1}{2}a, \frac{3}{2}a, \frac{5}{2}a \text{ و } \dots \text{ است؛ بنابراین:}$$



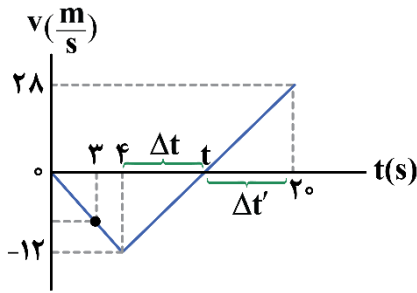
$$0 \leq t < 3s: \frac{1}{2}a + \frac{3}{2}a + \frac{5}{2}a = 18 \Rightarrow \frac{9}{2}a = 18 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$3s \leq t < 6s: \Delta x = \frac{3}{2}a + \frac{5}{2}a = 4a \Rightarrow \Delta x = 16m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16}{6 - 4} = 8 \frac{m}{s}$$

گام اول

با توجه به نمودار سرعت - زمان، سرعت متحرک در لحظه $t = 3s$ و لحظه تغییر جهت متحرک را به دست می آوریم:



تشابه (۱):

$$\frac{|v_3|}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow |v_3| = 9$$

$$\Rightarrow v_3 = -9 \frac{m}{s}$$

تشابه (۲):

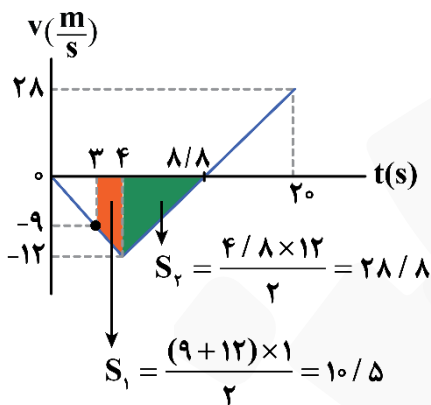
$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow \Delta t' = \frac{7}{3} \Delta t$$

$$\Delta t + \Delta t' = 20 - 4 = 16 \Rightarrow \Delta t + \frac{7}{3} \Delta t = \frac{10}{3} \Delta t = 16 \Rightarrow \Delta t = 4.8s \Rightarrow t = 4 + \Delta t = 4 + 4.8 = 8.8s$$

گام دوم

جابه جایی متحرک را در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 8.8s$ به دست می آوریم:



$$\Delta x = -S_1 - S_2 = -10.5 - 28.8 = -39.3m$$

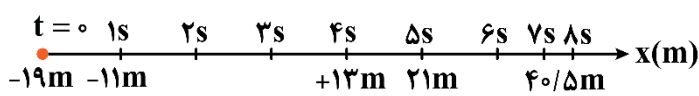
گام آخر

متحرک در لحظه $t = 3s$ به مبدأ مکان رسیده و از این لحظه تا لحظه تغییر جهت حرکت ($t = 8.8s$)، در خلاف جهت محور x ، از مبدأ مکان دور شده است. پس در لحظه تغییر جهت حرکت، فاصله متحرک از مبدأ مکان $|\Delta x| = 39.3m$ است.

کام اول

در لحظات $t_1 = 1s$ و $t_2 = 4s$ متحرک از مکان $x_1 = -11m$ به $x_2 = +13m$ رسیده است. با توجه به این که در این بازه زمانی، حرکت یکنواخت است، خواهیم داشت:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(13) - (-11)}{4 - 1} = 8 \frac{m}{s}$$



در نتیجه متحرک از لحظه $t = 4s$ تا لحظه $t = 5s$ ، ۸ متر جلوتر رفته و به مکان $13 + 8 = 21m$ می‌رسد. همچنین چون متحرک در لحظه $t = 1s$ در مکان $x = -11m$ بوده است، پس در مبدأ زمان، ۸ متر عقب‌تر بوده است. ($x_0 = -19m$)

از لحظه $t = 5s$ به بعد، حرکت با شتاب ثابت است. ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta s \leq t \leq 8s : \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 40.5 - 21 = \frac{1}{2}a(3)^2 + (8)(3) \Rightarrow a = -1 \frac{m}{s^2}$$

کام دوم

اگر قسمت شتاب‌دار را در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v_0 = 8 \frac{m}{s} \\ a = -1 \frac{m}{s^2} \\ x_0 = 21m \\ x = -19m \\ t = ? \end{cases} \quad \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow (-19) - (21) = \frac{1}{2}(-1)t^2 + 8t$$

$$\Rightarrow t^2 - 16t - 80 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -4s (*) \\ t = 20s (✓) \end{cases}$$

کام آخر

۲۰ ثانیه پس از شروع حرکت با شتاب ثابت، متحرک به مبدأ حرکت خود برمی‌گردد.

با توجه به این که قبل از حرکت با شتاب ثابت، متحرک ۵ ثانیه حرکت یکنواخت داشته است، در نتیجه در لحظه $t = 5 + 20 = 25s$ متحرک به مکان اولیه خود بازگشته است.

پاسخ: گزینه ۴



با استفاده از معادله مکان - زمان حرکت سرعت ثابت در دو حالت داده شده در سؤال، دو معادله به دست آورید و با حل دستگاه معادله‌ها، $\frac{v_A}{v_B}$ را حساب کنید.



در سؤالات حرکت سرعت ثابت می‌توان از روش سرعت نسبی به صورت زیر استفاده کرد. اگر دو متحرک در یک جهت حرکت کنند:

$$v_{\text{نسبی}} = v_A - v_B$$

و اگر به طرف هم حرکت کنند:

$$v_{\text{نسبی}} = v_A + v_B$$

۱۸- پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مکان متحرک A را مبدأ مکان فرض می‌کنیم و فاصله دو متحرک را d در نظر می‌گیریم. معادلات مکان - زمان دو متحرک را در حالتی که در یک جهت حرکت می‌کنند می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t \\ x_B = v_B t + d \end{cases} \xrightarrow[t=12s]{x_A=x_B} 12v_A = 12v_B + d \Rightarrow d = 12(v_A - v_B) \quad (1)$$

گام دوم: معادله‌های مکان - زمان دو متحرک را برای حالتی که به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند، می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t \\ x_B = -v_B t + d \end{cases} \xrightarrow[t=8s]{x_A=x_B} 8v_A = -8v_B + d \Rightarrow 8(v_A + v_B) = d \quad (2)$$

گام سوم: با برابر قرار دادن معادلات (۱) و (۲) خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$12(v_A - v_B) = 8(v_A + v_B) \Rightarrow 3v_A - 3v_B = 2v_A + 2v_B \Rightarrow v_A = 5v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 5$$



گام اول: سرعت نسبی دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (v_A - v_B)(12) = d \\ (v_A + v_B)(8) = d \end{cases}$$

گام دوم: با برابر قرار دادن دو معادله بالا داریم:

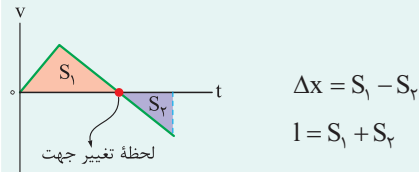
$$(v_A - v_B)(12) = (v_A + v_B)(8) \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 5$$

پاسخ: گزینه ۱

Hint

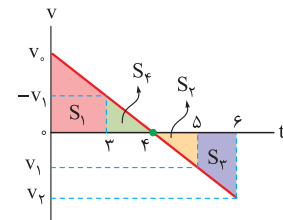
۱۹- درسی Box

نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم و سپس با استفاده از سطح زیر نمودار، نسبت خواسته شده را به دست آورید.
رسم نمودار سرعت - زمان در اغلب مسائل به ساده تر شدن حل سؤال منجر می شود (به ویژه در مسائلی که جابه جایی و مسافت متحرک خواسته می شود).



گام اول: با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم:

سخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: اگر سرعت اولیه را v_0 فرض کنیم، با توجه به شتاب متحرک، سرعت در لحظات خواسته شده سؤال را به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_{fs=0}} 0 = 4a + v_0 \Rightarrow a = -\frac{v_0}{4} \Rightarrow v = -\frac{v_0}{4}t + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = -\frac{v_0}{4} \\ t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = -\frac{v_0}{2} \end{cases}$$

گام سوم: با استفاده از سطح زیر نمودار، جابه جایی و مسافت در بازه زمانی خواسته شده را به دست می آوریم:

$$|\Delta x_{(0-4s)}| = |S_1 + S_2 - S_3| = \left| \left(\frac{1}{2} v_0 (4) \right) - \left(\frac{1}{2} \left(\frac{v_0}{4} \right) (1) \right) \right| = \frac{15v_0}{8}$$

$$l_{(3s-6s)} = S_2 + S_3 + S_4 = \frac{1}{2} \left(\frac{v_0}{4} \right) (1) + \frac{1}{2} \left(\frac{v_0}{2} \right) (2) = \frac{5v_0}{8}$$

گام چهارم: نسبت خواسته شده را محاسبه می کنیم:

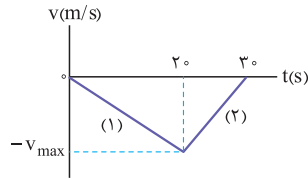
$$\frac{|\Delta x_{(0-4s)}|}{l_{(3s-6s)}} = \frac{\frac{15v_0}{8}}{\frac{5v_0}{8}} = 3$$

پاسخ: گزینه ۳



با رسم نمودار سرعت - زمان متحرک و محاسبه سطح زیر نمودار که مسافت طی شده است، شتاب‌های دو مرحله حرکت و سپس سرعت در لحظات خواسته شده را محاسبه و در نهایت شتاب متوسط را به دست آورید.

گام اول: ابتدا یک نمودار $v - t$ از حرکت متحرک به طور کلی رسم می‌کنیم:



گام دوم: سطح زیر نمودار همان مسافت طی شده است؛ بنابراین:

$$S = \frac{1}{2} v_{\max} (30) = 360 \Rightarrow v_{\max} = 24 \text{ m/s}$$

گام سوم: شتاب دو مرحله حرکت و سرعت در لحظات خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 20 a_1 = -v_{\max} \Rightarrow 20 a_1 = -24 \Rightarrow a_1 = -1/2 \text{ m/s}^2 \\ a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-24)}{10} = 2/4 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{\Delta s} = -1/2(5) = -6 \text{ m/s}, \quad v_{2\Delta s} = 2/4(5) - 24 = -12 \text{ m/s}$$

گام چهارم: شتاب متوسط در بازه زمانی مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{(-12 - (-6))\vec{i}}{25 - 5} = \frac{-6\vec{i}}{20} = (-0.3 \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

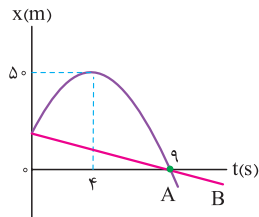
پاسخ: گزینه ۲



با توجه به نوع حرکت دو متحرک A و B، معادلات مکان - زمان و سرعت - زمان آن‌ها را با توجه به نمودار به دست آورید و لحظه برابری سرعت را به دست آورید و در نهایت مکان دو متحرک را با قراردادن لحظه برابری سرعت در معادلات حرکت محاسبه و فاصله آن‌ها از مبدأ مکان را به دست آورید.

۲۱- پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به رابطه لحظه توقف ($-\frac{v_0}{a}$) و نوشتن معادله جابه‌جایی بین لحظات ۴ تا ۹ ثانیه و سپس ۰ تا ۴ ثانیه، معادلات سرعت و حرکت A و B را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} -\frac{v_{0A}}{a_A} = 4 \Rightarrow v_{0A} = -4a_A \quad (1) \\ \Delta x_{(4-9)s} = -50 = \frac{1}{2}a_A(5)^2 \Rightarrow \begin{cases} a_A = -4 \text{ m/s}^2 \\ v_0 = 16 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2t^2 + 16t + 18 \\ v_A = -4t + 16 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Delta x_{(0-4)s} = \frac{v_0 + 0}{2}(4) = 32 \text{ m} \Rightarrow x_{0A} = 18 \text{ m}$$

$$\begin{cases} v_B = \frac{0 - 18}{9 - 0} = -2 \text{ m/s} \\ x_B = -2t + 18 \end{cases}$$

گام دوم: با برابر قراردادن معادلات سرعت، لحظه مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{v_A = v_B} -4t + 16 = -2 \Rightarrow t = 4.5 \text{ s}$$

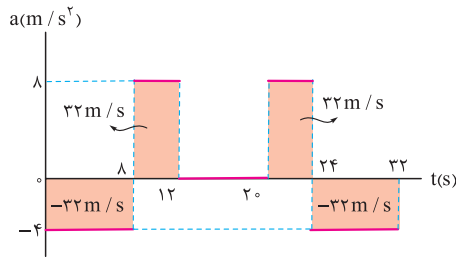
اکنون مکان دو متحرک را در لحظه $t = 4.5 \text{ s}$ حساب کرده و فاصله دو متحرک از مبدأ مکان را نسبت به یکدیگر پیدا می‌کنیم:

$$x_A = -2(4.5)^2 + 16(4.5) + 18 = 49.5 \text{ m}$$

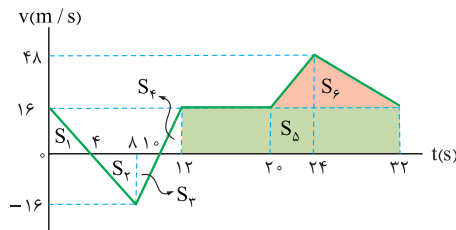
$$x_B = -2(4.5) + 18 = 9 \text{ m}$$

$$\frac{x_A}{x_B} = \frac{49.5}{9} = 5.5$$

۲۲- پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: به کمک مساحت سطح محدود بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان، تغییر سرعت در هر مرحله را به دست می آوریم:



گام دوم: با معلوم بودن سرعت اولیه (v_0)، نمودار سرعت - زمان متحرک را در مدت ۳۲ S رسم می کنیم. مثلث های S_1 و S_7 با یکدیگر هم نهشت هستند. مثلث های S_4 و S_6 نیز با یکدیگر هم نهشت هستند.



گام سوم: اکنون به بررسی گزینه ها می پردازیم:

گزینه (۱): در بازه زمانی ۴ S تا ۱۰ S سرعت متحرک منفی است، یعنی مدت ۶ S در خلاف جهت محور X حرکت کرده و گزینه (۱) نادرست است.

گزینه (۲): سرعت متحرک، دوبار (در لحظه های ۴ S و ۱۰ S) تغییر علامت و تغییر جهت داده است؛ بنابراین گزینه (۲) نیز نادرست است.

گزینه (۳): بازه هایی که حرکت متحرک تندشونده است. عبارت اند از: ۴ S تا ۸ S، ۱۰ S تا ۱۲ S و ۲۰ S تا ۲۴ S که مجموعاً ۱۰ S می شود؛ بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است.

گزینه (۴): به کمک مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، جابه جایی متحرک را به دست می آوریم:

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 = (20 \times 16) + \frac{12 \times 32}{2} = 320 + 192 = 512 \text{ m}$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۱

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

چون تندی متوسط، ۵۰ درصد بیش تر از اندازه سرعت متوسط است داریم:

$$s_{av} = \frac{3}{2} |v_{av}| \Rightarrow \frac{L}{\Delta t} = \frac{3}{2} \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow L = \frac{3}{2} |\Delta x| = \frac{3}{2} |-18 - 2| = 30 \text{ m}$$

در ادامه، دو حالت مختلف را در نظر می گیریم:

حالت اول: در لحظه t_1 متحرک در جهت محور X در حال حرکت باشد:

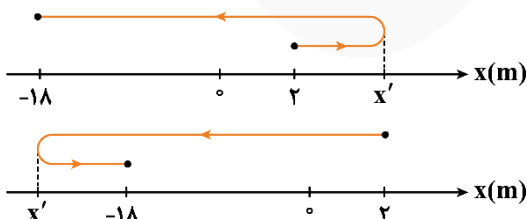
$$L = x' - 2 + x' - (-18) = 2x' + 16 = 30 \Rightarrow x' = 7 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{بردار مکان در لحظه تغییر جهت حرکت: } \vec{x}' = (7 \text{ m}) \vec{i}$$

حالت دوم: در لحظه t_1 متحرک در خلاف جهت محور X در حال حرکت باشد:

$$L = -18 - x' + 2 - x' = -2x' - 16 = 30 \Rightarrow x' = -23 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{بردار مکان متحرک در لحظه تغییر جهت حرکت: } \vec{x}' = (-23 \text{ m}) \vec{i}$$





می‌دانیم اگر تندی متوسط متحرک بزرگ‌تر از اندازه سرعت متوسط آن باشد، متحرک در طول مسیر خود حداقل یک بار تغییر جهت داده است. پس اندازه سرعت متوسط هر یک از سه متحرک را به‌دست آورده و با تندی متوسط آن‌ها مقایسه می‌کنیم؛ بنابراین داریم:

متحرک A:

$$|v_{avA}| = \frac{|\Delta x_A|}{\Delta t_A} = \frac{|6/4 - (-2/6)|}{2} = 4/5 \frac{m}{s} \rightarrow |v_{avA}| = s_{avA}$$

متحرک A تغییر جهت نداده است.

متحرک B:

$$|v_{avB}| = \frac{|\Delta x_B|}{\Delta t_B} = \frac{|-2/5 - (-1/3)|}{3} = 0/4 \frac{m}{s} \rightarrow |v_{avB}| < s_{avB}$$

متحرک B حداقل یک بار تغییر جهت داده است.

متحرک C:

$$|v_{avC}| = \frac{|\Delta x_C|}{\Delta t_C} = \frac{|8/6 - 2/6|}{5} = 1/2 \frac{m}{s} \rightarrow |v_{avC}| < s_{avC}$$

متحرک C حداقل یک بار تغییر جهت داده است.

بنابراین متحرک‌های B و C حداقل یک بار بین مکان آغازین و مکان پایانی خود تغییر جهت داده‌اند.

روش اول:

حالت اول: سرعت متوسط متحرک در این حالت برابر است با:

$$v_{av1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x}{v} + \frac{\Delta x}{2v}} = \frac{\Delta x}{\frac{2\Delta x + \Delta x}{2v}} = \frac{\Delta x}{\frac{3\Delta x}{2v}} = \frac{2}{3}v$$

حالت دوم: سرعت متوسط متحرک در این حالت برابر است با:

$$v_{av2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v \times \frac{t}{2} + 2v \times \frac{t}{2}}{t} = \frac{3}{2}v$$

حالا نسبت زمان متحرک در دو حالت را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\cancel{\Delta x_2}}{\cancel{\Delta x_1}} \times \frac{v_{av1}}{v_{av2}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{2}{3}v}{\frac{3}{2}v} = \frac{4}{9}$$

مسیر ثابت

روش دوم:



در حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت اگر متحرک نصف زمان حرکت را با سرعت v_1 و نصف دیگر زمان را با سرعت v_2 بپیماید، سرعت متوسط برابر با میانگین دو سرعت v_1 و v_2 یعنی $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ است.

از طرفی اگر متحرک نصف مسیر حرکت را با سرعت v_1 و نصف دیگر مسیر را با سرعت v_2 بپیماید، سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

ابتدا سرعت متوسط متحرک در دو حالت را حساب می‌کنیم:

$$v_{av1} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2v \times 2v}{v + 2v} = \frac{4v^2}{3v} = \frac{4}{3}v$$

$$v_{av2} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v + 2v}{2} = \frac{3}{2}v$$

حالا نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_{av}} \xrightarrow{\Delta x \text{ یکسان}} \frac{t_2}{t_1} = \frac{v_{av1}}{v_{av2}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{4}{3}v}{\frac{3}{2}v} = \frac{8}{9}$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

روش اول:

اگر فرض کنیم متحرک در لحظه t تغییر جهت داده است، با استفاده از معادله مکان - زمان، بین دو لحظه صفر تا t و t تا $9s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \begin{cases} 36 = -\frac{1}{2}at^2 \\ -144 = \frac{1}{2}a(9-t)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{36}{144} = \left(\frac{t}{9-t}\right)^2 \Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{t}{9-t}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{t}{9-t} \Rightarrow 2t = 9-t \Rightarrow 3t = 9 \Rightarrow t = 3s$$

اکنون شتاب متحرک را به دست می آوریم:

$$36 = -\frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{t=3s} 36 = -\frac{1}{2} \times a \times 9 \Rightarrow a = -8 \frac{m}{s^2}$$

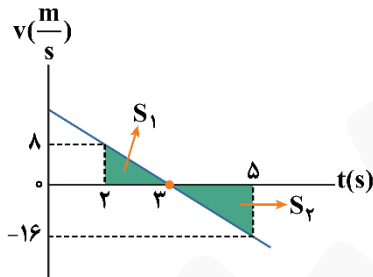
حال سرعت اولیه متحرک را به دست می آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -8 = \frac{v - v_0}{3} \Rightarrow v_0 = 24 \frac{m}{s}$$

معادله سرعت - زمان متحرک را می نویسیم و سرعت متحرک در لحظات $t = 5s$ و $t = 2s$ را محاسبه می کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_2 = -8 \times 2 + 24 = -16 + 24 = 8 \frac{m}{s} \\ v_5 = -8 \times 5 + 24 = -40 + 24 = -16 \frac{m}{s} \end{cases}$$

نمودار سرعت - زمان آن را رسم می کنیم و با استفاده از مساحت محصور مسافت طی شده و درنهایت تندی متوسط خواسته شده را به دست می آوریم:



$$\ell = S_1 + S_2 = \frac{1 \times 8}{2} + \frac{2 \times 16}{2} = 4 + 16 = 20m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{20}{5} = 4 \frac{m}{s}$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۳

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

بررسی حرکت دو متحرک

برای تعیین زمان و مکان برخورد یا سبقت دو متحرک باید معادله های مکان - زمان دو متحرک را نوشته و آن ها را مساوی هم قرار دهیم:

$$x_A = x_B$$

از حل معادله فوق، لحظه رسیدن دو متحرک به هم تعیین می شود.

روش اول:

شتاب متحرک A، مثبت و شتاب متحرک B، منفی است، در نتیجه:

$$a_A = -2a_B$$

با استفاده از رابطه $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ داریم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_A = \frac{-v_{0A}}{t} \Rightarrow v_{0A} = -ta_A \xrightarrow{a_A = -2a_B} v_{0A} = 2ta_B$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_B = \frac{-v_{0B}}{t} \Rightarrow v_{0B} = -ta_B$$

حرکت دو متحرک با شتاب ثابت است، در نتیجه:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}(-2a_B)t^2 + (\lambda a_B)t + x_0 \\ x_B = \frac{1}{2}(a_B)t^2 + (-\lambda a_B)t + x_0 \end{cases}$$

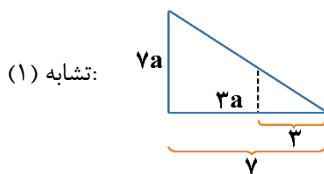
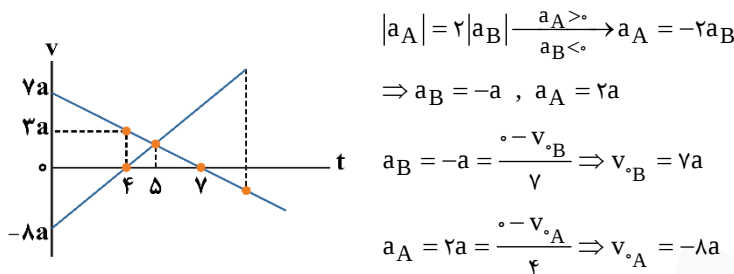
$$x_A = x_B \Rightarrow -a_B t^2 + \lambda a_B t = \frac{1}{2}a_B t^2 - \lambda a_B t$$

$$\Rightarrow 15a_B t = \frac{3}{2}a_B t^2 \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 = 15t \Rightarrow \frac{3}{2}t = 15$$

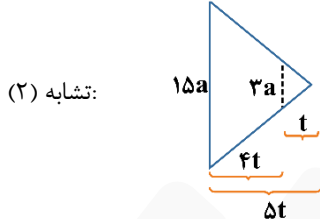
$$\Rightarrow t = 10s$$

روش دوم:

به کمک تشابه می‌توانیم لحظه رسیدن دو متحرک به یکدیگر را به دست آوریم:



$$\Delta t = t + 4 \Rightarrow t = 10s$$



می‌دانیم اگر دو متحرک با شتاب ثابت از یک نقطه حرکت کنند و در لحظه t سرعت دو متحرک باهم برابر شود (یعنی نمودار $v-t$ دو متحرک یکدیگر را قطع کنند)، در لحظه $2t$ دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؛ بنابراین با توجه به این که در لحظه $t = 5s$ نمودار $v-t$ دو متحرک یکدیگر را قطع کرده‌اند، در لحظه $t = 10s$ دو متحرک به یکدیگر می‌رسند.



مثال

خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ قرمز با شتاب $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه کامیونی با سرعت $36 \frac{km}{h}$ از کنار آن می‌گذرد.

در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

پاسخ:

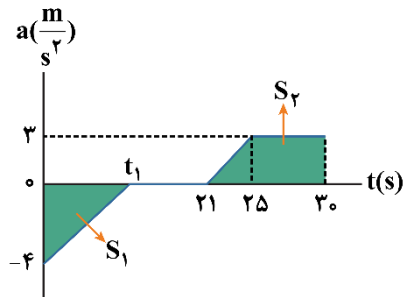
$$\begin{cases} \text{خودرو } x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \text{خودرو } x = t^2 \\ \text{کامیون } x = vt \\ v = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow \text{کامیون } x = 10t \end{cases} \xrightarrow{\text{در لحظه به هم رسیدن}} \begin{cases} t^2 = 10t \Rightarrow t = 10s \\ x = (10)^2 = 100m \end{cases}$$

سطح زیر نمودار شتاب - زمان، برابر با تغییرات سرعت است.

با توجه به این که در ۳۰ ثانیه اول حرکت، شتاب متوسط صفر است، می توانیم بنویسیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow \text{سطح زیر نمودار} = 0$$

در نتیجه در نمودار نشان داده شده، مساحت بالا و پایین محور t باید برابر باشند.



$$|S_1| = S_2 \Rightarrow \frac{4t_1}{2} = \frac{(9+5)3}{2} \Rightarrow t_1 = 10/5s$$

سرعت در مبدأ زمان، $30 \frac{m}{s}$ است و بعد از گذشت $t_1 = 10/5s$ ثانیه، سرعت به اندازه S_1 تغییر می کند.

$$S_1 = v_{10/5} - v_0 \Rightarrow -\frac{10/5 \times 4}{2} = v_{10/5} - (30) \Rightarrow v_{10/5} = 9 \frac{m}{s}$$

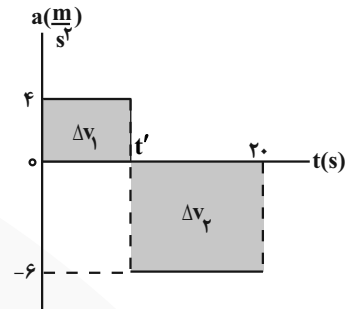
اکنون جابه جایی در قسمتی که حرکت با سرعت ثابت $9 \frac{m}{s}$ است $(10/5s \leq t \leq 25s)$ را به دست می آوریم:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = (9)(25 - 10/5) = 94/5m$$

۲۹- گزینه «۴»

(امیرمسین برادران)

می‌دانیم مساحت بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. بنابراین، ابتدا با محاسبه Δv و استفاده از رابطه شتاب متوسط، لحظه تغییر اندازه و جهت شتاب (t') را پیدا می‌کنیم:



$$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 = (4 \times t') + (-6 \times (20 - t'))$$

$$\Rightarrow \Delta v = 4t' - 120 + 6t' = 10t' - 120$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10t' - 120}{20} = \frac{5t' - 60}{10}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{10t' - 120}{20} \Rightarrow -30 = 10t' - 120$$

$$\Rightarrow 90 = 10t' \Rightarrow t' = 9s$$

اکنون نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم. به همین منظور، ابتدا سرعت در

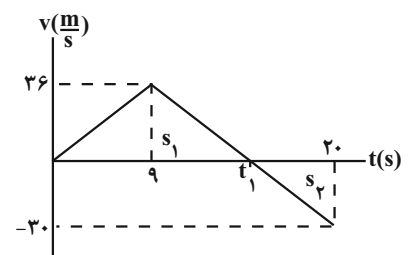
لحظه $t' = 9s$ و لحظه‌ای را که متحرک تغییر جهت می‌دهد، می‌یابیم:

$$v(t' = 9s) = v_0 + \Delta v_1 = \frac{\Delta v_1 = 4t' = 4 \times 9 = 36 \frac{m}{s}}{v_0 = 0 \Rightarrow \text{از حال سکون آغاز کرده}}$$

$$v(t' = 9s) = 0 + 36 = 36 \frac{m}{s}$$

$$v(t = 20s) = v(t = 9s) + \Delta v_2 = 36 + (-6 \times (20 - 9)) = -30 \frac{m}{s}$$

در این مرحله، لحظه t_1 را پیدا می‌کنیم. با استفاده از تشابه مثلث‌های S_1 و S_2 داریم:



$$\frac{36}{30} = \frac{t_1 - 9}{20 - t_1} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{t_1 - 9}{20 - t_1} \Rightarrow t_1 = 15s$$

در 20 ثانیه اول حرکت، متحرک در بازه زمانی $0s$ تا $15s$ که $v > 0$ است، در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. بنابراین، با استفاده از مساحت سطح زیر نمودار، مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

$$\ell = \Delta x = \frac{36 \times t_1}{2} = \frac{36 \times 15}{2} = 270m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۰)

۳۰- گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

در حرکت با شتاب ثابت، اگر جهت حرکت متحرک تغییر کند، بعد از لحظه تغییر جهت، بردارهای سرعت و شتاب متحرک هم‌جهت می‌شوند. دقت کنید، اگر جهت بردارهای سرعت و شتاب متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 خلاف جهت هم باشند، تا قبل از عبور مجدد متحرک از مکان آن در لحظه t_1 تندی متحرک از تندی آن در لحظه t_1 کمتر است. با توجه به توضیحات داده شده، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: چون $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ مثبت‌اند، جهت متحرک در این گزینه ثابت است و تندی متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 کاهش یافته است. بنابراین می‌تواند شتاب حرکت متحرک در این بازه زمانی ثابت باشد. (با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی می‌توانید شتاب حرکت متحرک را به‌دست آورید.)

گزینه «۲»: چون $v_1 < 0$ و $v_2 > 0$ است، جهت حرکت متحرک تغییر کرده است. با توجه به اینکه بردار سرعت متحرک در لحظه t_2 در جهت مثبت محور x است، بنابراین بردار شتاب بایستی در جهت مثبت باشد. از طرفی، چون متحرک هنوز از مکان خود در لحظه t_1 مجدداً عبور نکرده است، لذا باید تندی آن کمتر از $12 \frac{m}{s}$ باشد. بنابراین شتاب متحرک نمی‌تواند ثابت باشد. با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) شتاب حرکت برابر است با:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow \frac{x_1 = -10m, x_2 = -20m}{v_1 = -12 \frac{m}{s}, v_2 = 15 \frac{m}{s}} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$225 = 144 + 2a(-20 - (-10)) \Rightarrow 81 = -20a \Rightarrow a = -\frac{4}{5} \frac{m}{s^2}$$

با توجه به اینکه شتاب منفی است، لذا حرکت متحرک نمی‌تواند با شتاب ثابت باشد. گزینه «۳»: چون علامت بردار سرعت متحرک تغییر کرده است جهت حرکت متحرک نیز، تغییر کرده و شتاب هم‌جهت بردار سرعت متحرک در لحظه t_2 ، یعنی در جهت منفی است. با توجه به اینکه تندی متحرک کوچکتر از تندی آن قبل از عبور مجدد از مکان آن در لحظه t_1 است لذا شتاب حرکت متحرک ثابت باشد. با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow \frac{x_1 = -4m, x_2 = 0}{v_1 = 8 \frac{m}{s}, v_2 = -5 \frac{m}{s}} \Rightarrow a = -\frac{39}{8} \frac{m}{s^2}$$

$$25 = 64 + 2a \times (0 - (-4)) \Rightarrow -39 = 8a \Rightarrow a = -\frac{39}{8} \frac{m}{s^2}$$

گزینه «۴»: با توجه به توضیحات، گزینه «۴» شتاب ثابت است و اندازه آن برابر است با:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow \frac{x_1 = -10m, x_2 = -15m}{v_1 = -15 \frac{m}{s}, v_2 = -20 \frac{m}{s}} \Rightarrow a = -\frac{17}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$400 = 225 + 2a \times (-15 - (-10)) \Rightarrow 175 = -10a \Rightarrow a = -\frac{17}{2} \frac{m}{s^2}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)